UNIVERSITE IBN TOFAIL
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
Cycle Intégré Préparatoire aux Formations d'Ingénieurs

Année Universitaire 2012/2013

Physique 3 : Électromagnétisme

Solution Devoir libre N° 2 : Lois fondamentales de la magnétostatique – Théorème d'Ampère

Exercice 2.6. (Exercice supplémentaire)

2.6.1. Champ crée par une spire en M point de l'axe (Oz) de la spire (c.f Ex.1.5)

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{e_z} = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}\vec{e_z}$$

2.6.2. Si M est loin de la spire : $|z| \gg R$

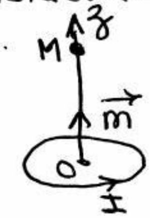
donc $\vec{B}(M) \simeq \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{|z|^3}\vec{e_z} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi|z|^3}$

avec $\vec{m} = I.\vec{S} = I\pi R^2\vec{e_z}$

2.6.3. On aurait pu trouver le résultat en considérant la spire comme un dipôle magnétique.

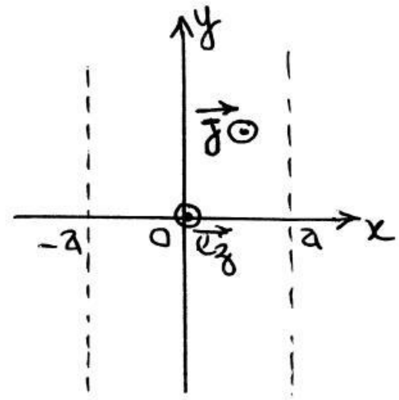
avec $\vec{e_r} = \vec{e_z}$ ($M \in$ à l'axe) et $r = |z|$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3m\vec{e_z} - m\vec{e_z}}{|z|^3} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{m}}{|z|^3}$$

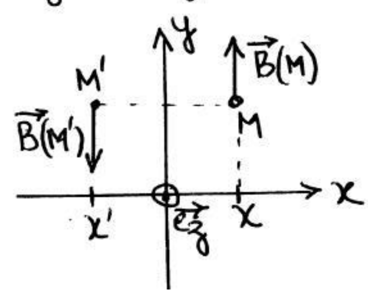


Exercice 2.7. (Exercice supplémentaire)

2.7.1.

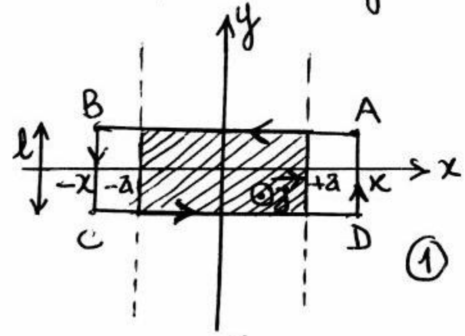


- Symétrie : plan $(M, \vec{e_x}, \vec{e_z})$ est plan de symétrie
  $\Rightarrow \vec{B}(M) = B(x,y,z)\vec{e_y}$
- Invariance : La distribution de courant est invariante par translation suivant $\vec{e_y}$ et $\vec{e_z}$
  $\Rightarrow \boxed{\vec{B}(M) = B(x)\vec{e_y}}$
- Plan (Oyz) = plan de symétrie
  $\Rightarrow \boxed{B(x) = -B(-x)}$



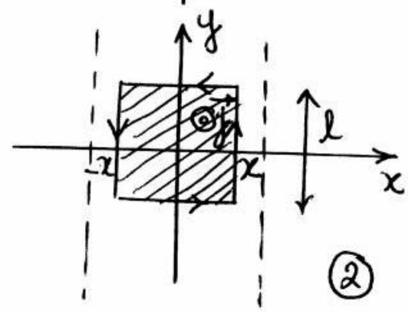
2.7.2. Utilisation du théorème d'Ampère :

- Le contour est un rectangle ABCD orienté par la règle de la main droite.



- $\oint_{(C)} \vec{B}.\vec{dl} = \int_{AB} \vec{B}.\vec{dl} + \int_{BC} \vec{B}.\vec{dl} + \int_{CD} \vec{B}.\vec{dl} + \int_{DA} \vec{B}.\vec{dl}$

$$\int_{AB} \vec{B}.\vec{dl} = \int_{CD} \vec{B}.\vec{dl} = 0 \quad (\text{car } \vec{B} \perp \vec{dl})$$



D'où $\oint_{BC} B(-x)\vec{e_y}\cdot(-dl\vec{e_y}) + \int_{DA} B(x)\vec{e_y}\cdot(dl\vec{e_y})$

$$= -B(-x)l + B(x)l = 2B(x)l$$

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B}.\vec{dl} = 2B(x)l \quad \text{avec } x \geq 0$$

- $I_{int} = \iint_{(ABCD)} \vec{j}.\vec{dS} = \iint_{(ABCD)} j(P)\vec{e_z}.dS\vec{e_z}$
  - si $x \geq a$ $\quad I_{int} = j2al$ ①
  - si $0 \leq x \leq a$ $\quad I_{int} = j2xl$ ②
- Application du théorème d'Ampère :
  - si $0 \leq x \leq a$: $2B(x)l = \mu_0 j2xl \Rightarrow B(x) = \mu_0 jx$
  - si $x \geq a$: $2B(x)l = \mu_0 j2al \Rightarrow B(x) = \mu_0 ja$
  - si $x \leq 0$: $B(-x) = -B(x)$.

2.7.3.

- si $x \leq -a$: $\vec{B}(M) = -\mu_0 ja\,\vec{e_y}$
- si $-a \leq x \leq a$: $\vec{B}(M) = \mu_0 jx\,\vec{e_y}$
- si $x \geq a$: $\vec{B}(M) = \mu_0 ja\,\vec{e_y}$